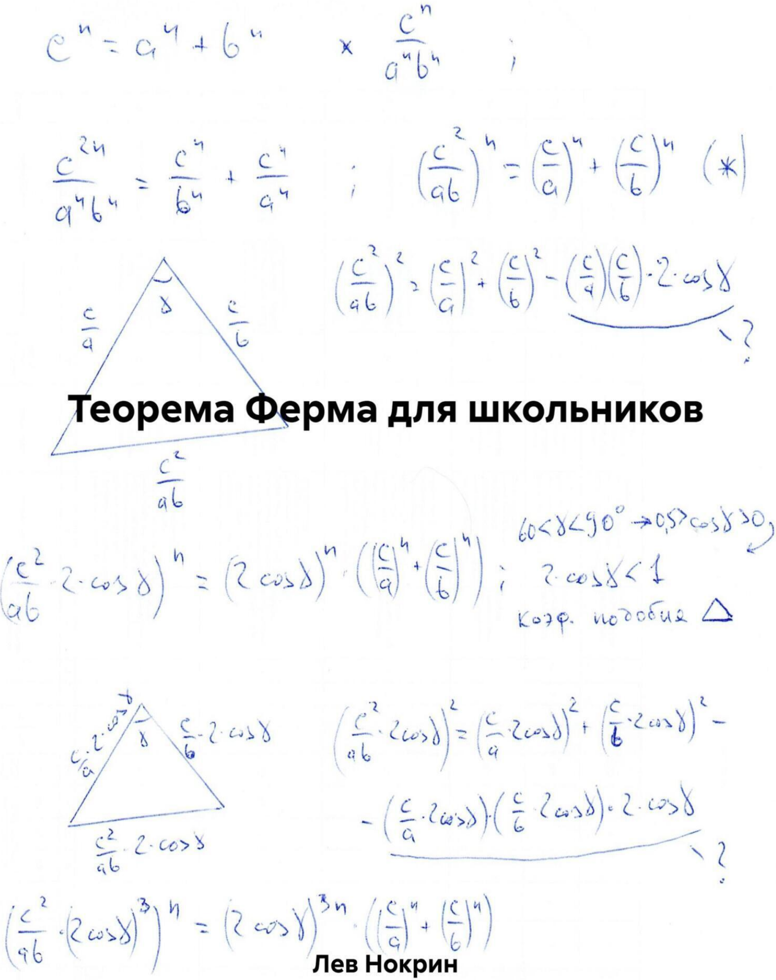

Теорема Ферма для школьников

Лев Нокрин

Лев Нокрин
Теорема Ферма для школьников

http://www.litres.ru/pages/biblio_book/?art=70623757
SelfPub; 2024

Аннотация

Краткий исторический экскурс к решению Теоремы Ферма и краткое решение.

Лев Нокрин
Теорема Ферма для школьников

В 17 веке французский адвокат и математик-любитель Пьер Ферма сделал краткую запись на полях учебника: уравнение $c^n=a^n+b^n$ не имеет целочисленных корней при $n>2$. Также он указал, что есть простое и красивое решение этой задачи.

Это, простое с виду, уравнение оказалось неподдающимся решению на протяжении трех последующих столетий. Многие великие математики пытались его решить. Находили частные решения для степеней n=3, n=5, n=7, каждый раз получая все более громоздкие математические выкладки, объединяя решения предшествующих поколений и пытаясь найти общее.

Это делало "простую" Теорему Ферма все более сложной и доступной только для "узких" профессионалов. Постепенно она превратилась в *"Великую Теорему Ферма"*.

Сам Ферма математикой профессионально не занимался, но в кругу ученых он был человеком известным, так как поддерживал переписку с некоторыми из них.

Пьер Ферма не оставил после себя научных трудов, но, благодаря переписке с математиками, его идеи и решения получили широкое распространение в научной среде.

Ферма редко утруждался доказательством своих теорем, отправляя их в письмах в виде предположений, и предлагая коллегам решить их или опровергнуть.

Некоторые задачи Ферма вызывали у математиков живой интерес и с азартом решались. Иногда его теоремы были ошибочны.

Многие его труды после смерти были собраны, еще не раз внимательно изучены и проверены, и опубликованы в различных научных изданиях.

Но только одно небольшое замечание Пьера Ферма на полях учебника математики не дает покоя ученым более трехсот лет: уравнение $c^n=a^n+b^n$ не имеет целочисленных корней при $n>2$.

В переписке с коллегами он приводил решение для степени $n=4$.

За три столетия простое решение не нашли.

В конце 20 века английский профессор математики Эндрю Уайлс решил теорему Ферма при помощи наработок последнего столетия. Это большая математическая статья объемом более ста страниц, также доступная для понимания только профессиональным математикам.

Вернемся к вопросу заголовка: мог ли Пьер Ферма решить свою теорему, используя простую "школьную" математику?

Умножим уравнение $c^n=a^n+b^n$ на дробь $c^n/(a^nb^n)$. Получим выражение:

$\mathbf{(c^2/ab)^n=(c/b)^n+(c/a)^n}$.

Это выражение будет исходным для дальнейшего решения.

Замечательно, что сумма слагаемых равна их произведению. Таким образом, для двух независимых чисел получилось практически два уравнения. При правильном преобразовании есть возможность получить общее решение.

Из слагаемых исходного уравнения c/a, c/b, c^2/ab строим треугольник с соответствующими сторонами.

Для степени $n=2$ треугольник будет прямоугольным по свойству: квадрат гипотенузы равен сумме квадратов катетов.

В нашем случае $n>2$, треугольник будет остроугольным, и при решении по теореме косинусов появляется слагаемое $(c^2/ab)*2\cos Y$, которое можно найти из исходного уравнения, разложив на сумму и снова решив через остроугольный треугольник по теореме косинусов.

Таким образом, решая исходное уравнение, мы возвращаемся к нему же на следующем уровне. При каждой следующей итерации треугольник будет уменьшаться, а слагаемое $(c^2/ab)*2\cos Y$ будет бесконечной сходящейся суммой.

Рассмотрим две первые итерации по формулам.

По теореме косинусов: $(c^2/ab)^2=(c/a)^2+(c/b)^2-(c^2/ab)*2\cos Y$.

Поставим новое слагаемое в исходное выражение: $[(c^2/ab)*2\mathit{cos}Y]^n=(2\mathit{cos}Y)^n[(c/b)^n+(c/a)^n]$.

Строим новый треугольник со сторонами $(2\mathit{cos}Y)c/a$, $(2\mathit{cos}Y)c/b$, $(2\mathit{cos}Y)c^2/ab$.

Он меньше предыдущего и пропорционален ему. По теореме косинусов: аналогично вышеизложенному с множителем $((2\mathit{cos}Y)c^2/ab)^2=((2\mathit{cos}Y)c/a)^2+((2\mathit{cos}Y)c/b)^2-((2\mathit{cos}Y)^2c^2/ab)*2\mathit{cos}Y$.

Получили следующее слагаемое для следующей итерации $((2\mathit{cos}Y)^2c^2/ab)*2\mathit{cos}Y$.

Поставим новое слагаемое в исходное выражение: $[(c^2/ab)(2\mathit{cos}Y)^3]^n=(2\mathit{cos}Y)^{3n}[(c/b)^n+(c/a)^n]$.

И так далее треугольники убывают до бесконечности.

А так как в первом треугольнике слагаемое $(c^2/ab)*2\mathit{cos}Y$ будет бесконечной сходящейся суммой, то и его сторона c^2/ab будет бесконечной иррациональной дробью.

Следовательно, в исходном выражении все слагаемые не могут быть рациональными числами.

Таким образом Пьер Ферма мог решить теорему в свое время.