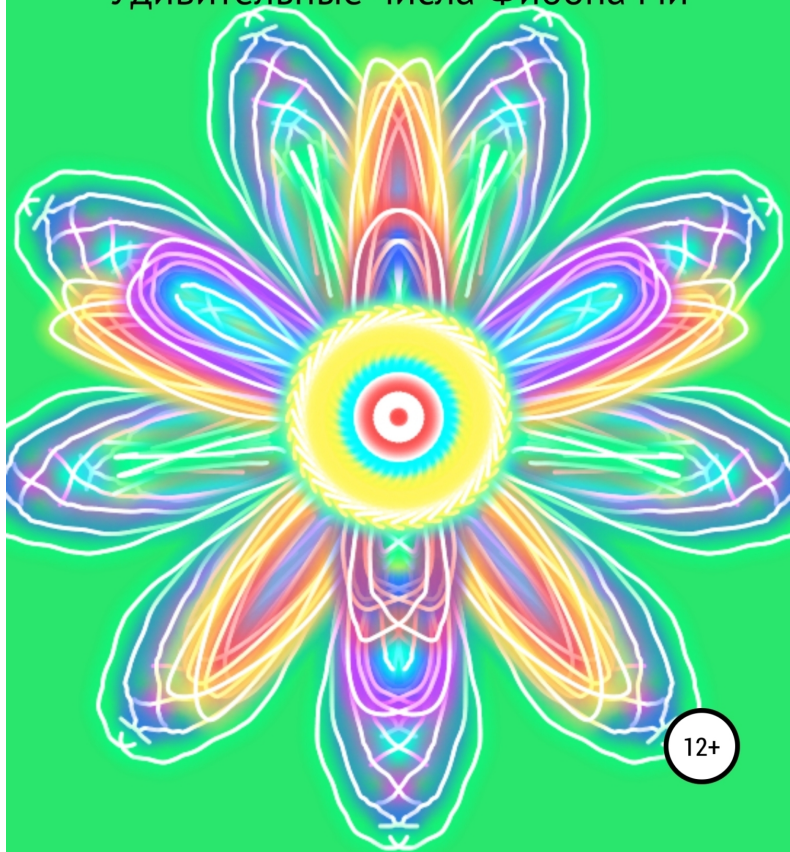


Удивительные числа Фибоначчи



12+

Александр Бородулин

Александр Иванович Бородулин

Удивительные числа Фибоначчи

http://www.litres.ru/pages/biblio_book/?art=65073566

SelfPub; 2021

Аннотация

Говорят, что дружба начинается с улыбки. Быть может, забавные числа Фибоначчи помогут многим ребятам поверить, что математика – это вовсе не строгая и высокомерная королева наук, а добрая и заботливая матушка материального мира.

Александр Бородулин

Удивительные числа Фибоначчи

Здравствуйтесь, Ребята!

Знаете, какую науку все уважают, да не все обожают? Конечно же! Это – математика! Каждый понимает, что математика является универсальным инструментом для всех отраслей знаний. Но не каждый уверен, что может научиться виртуозно владеть этим инструментом. Слишком уж много всяческих правил, формул и знаков! Как посмотришь на некоторые математические раскладки, голова кругом идет! И, действительно, в математических записях используются буквы из различных языковых систем, множество других, непривычных нашему восприятию, символов и значков. Да! Это, безусловно, осложняет освоение математики!

Однако, полагать, что математика настолько сложна, что доступна для освоения лишь некоторым – это полное заблуждение!

Взгляните на свои руки! Именно этими руками люди и создали все многообразие комфортных и безопасных условий своего существования. И математика тоже началась с человеческих рук!

Вы и сами, Ребята, наверняка знаете, что десятичная си-

стема счисления, которая применяется у большинства народов, обусловлена фактом наличия десяти пальцев на руках.

Да! По пальцам рук легко можно посчитать до десяти. А можно ли по пальцам рук посчитать до ста? Поначалу, это кажется невозможным. Но только поначалу!

Но, как и в любом другом деле, сначала необходимо договориться!

Как будем показывать число «один?» Выпрямленным указательным пальцем левой руки. При том, что все другие пальцы согнуты. Согласны? Тогда, будем двигаться дальше! Для показа числа «два» нужно разогнуть еще и средний палец. И так, по порядку, разогнем все пять пальцев, чем покажем число «пять». Но если для показа числа «шесть» подключить правую руку, то до ста уже точно не сосчитаешь! Поэтому, число «шесть» покажем загнув лишь мизинец. Если согнуть еще и безымянный палец, то это будет означать число «семь». А когда будут загнуты все четыре пальца, которые раньше называли перстами, то получим не только символ одобрения, но и обозначение числа «девять». Дальше, уже все понятно! Пальцами правой руки будем показывать десятки, а пальцами левой руки, соответственно, единицы. Ну, и в завершение, договоримся, что число «сто» будем показывать двумя кулаками, развернутыми ладонями к собеседнику, дабы исключить двоякое толкование.

Однако, некоторые скажут, что умение считать – это еще не математика! Но, это – высокомерная чепуха. Умение счи-

тать – это уже математика! Причем, это – сама основа математики! Ведь не обучившись счету, нечего и думать о вычислениях и расчетах по формулам!

Кстати, считать умеют не только люди, но и другие существа! Причем, без использования записей, и даже без использования пальцев. Просто в уме! Да и делают это гораздо быстрее, чем мы!

А ведь, еще, каких-то, сто лет назад, все ученое сообщество считало человека единственным разумным существом во вселенной!

Но каким же образом можно было догадаться, что, например, птицы умеют считать? Совсем несложно! Достаточно положить на одну тарелочку несколько зерен, а на другую, которую следует поставить на некотором расстоянии от первой, на одно зернышко больше. Перед тем, как запустить птичку в помещение с этими тарелочками, следует убедиться, что птичка очень желает покушать эти зернышки и каждое из этих зернышек на каждой тарелочке хорошо видно этой птичке. Как вы, уже, вероятно, догадались, Ребята, птичка направится к той тарелочке, на которой находится больше зерен. И только, когда количество зерен будет превышать двадцать четыре, птичка всякий раз будет путаться. Может быть птичка не умеет считать больше двадцати четырех? А, может быть птичке, уже, без разницы, двадцать четыре зернышка или двадцать пять?

Итак, как мы выяснили, умение считать присуще не толь-

ко человеку, но и другим существам, ибо это умение является жизненно важным!

В русском языке слово «считать» имеет несколько смысловых значений.

Во-первых, считать – это вести счет или учет количества. При этом мы используем ряд обычных чисел от одного до бесконечно большого. Таковую последовательность называли «ряд натуральных чисел». Слово «натуральное» означает «природное», «естественное». А как мы ведем счет? Да очень просто! Всякий раз мы добавляем единичку к предыдущему числу. Иными словами, ряд натуральных чисел образуется по принципу: следующее число равно текущему числу, к которому прибавили число один.

Немного позже мы узнаем, что ряд натуральных чисел может быть образован и по другому принципу. А пока, продолжим разбираться со словом «считать».

Во-вторых, считать – это получать результаты действий с числами. Иными словами вычислять. Для этого мы используем по меньшей мере два числа и действие, которое мы должны произвести с этими числами. Например, в вазе лежат чистые сливы, а в дуршлагае, с только что вымытыми фруктами, также есть сливы. Мы решили сложить все сливы в вазу. Для этого мы будем вынимать сливы из дуршлага и класть их в вазу. Когда все сливы из дуршлага будут переложены в вазу, то мы получим результат нашего действия. Его значение будет равно количеству слив, которые теперь нахо-

дятся в вазе.

Некоторые, с надменной ухмылкой, могут сказать, что мы говорим об элементарных вещах, которые и так понятны каждому ребенку!

На самом же деле, это только кажется, что элементарные вещи «и так понятны!» Все в мире состоит из элементарного! Поэтому не стоит пренебрегать объяснением элементарного.

Перекладывая сливы из одной емкости в другую мы произвели элементарное действие, которое называется сложением или суммированием, а результат этого действия называется суммой. Кстати, слово «сумма» очень похоже на русское слово «сумка», в которую можно сложить много разных вещичек. На самом деле, слово «сумма» означает «общий итог». Действие с числовыми значениями в математике называется функцией. Результат действия называется значением функции. А сами числовые значения называются аргументами функции или параметрами.

К сожалению, в математике, как впрочем и в других науках, множество понятий называются словами, взятыми из чужих нам языков. Чтобы эти слова не затрудняли изучение тех или иных предметов, следует узнать их перевод на наш родной язык. Например, весьма неприятное для нас слово «функция» в переводе означает совершение, исполнение или, проще говоря, действие.

Но, вернемся к нашим сливам. Узнать результат сложения

слив можно либо пересчетом слив, после того, как все сливы окажутся в вазе, либо пересчетом слив до того, как сливы из дуршлага будут перекладываться в вазу, и, перекладывая по одной сливе, вести счет. А можно сначала сосчитать сливы в вазе, а потом в дуршлагае. Затем произвести действие сложение двух чисел. Разумеется, что все три способа являются правильными, ибо приводят к правильному результату. Заметим только, что третий способ и будет называться вычитанием. При этом, для того, чтобы выяснить сколько всего имеется слив, нет необходимости перекладывать их в вазу.

Заметьте, что перекладывая сливы из дуршлага в вазу мы (сначала) брали сливы из дуршлага и (потом) клали их в вазу. Когда мы брали сливы, мы уменьшали количество слив в дуршлагае. Иными словами, вычитали. Вычитание является действием обратным сложению. Все элементарные действия в математике являются либо сложением (добавлением), либо вычитанием (убавлением).

Третье значение слова «считать» не относится к математике напрямую. Оно употребляется как «делать предположения» или «оценивать ситуацию». Например, выражение «Вы считаете этих людей достойными награды?»

Разумеется, что о количестве людей, которых предлагается наградить речи не идет. Но почему тогда употребляется слово «считать?» Вероятно, речь идет о величине заслуг этих людей и о величине той награды, которой их предполагают наградить. Награда должна быть достойной тех доб-

рых дел, которые сделали эти люди, а также не быть слишком завышенной. Иными словами, нужно оценить поступки и оценить награду, а затем сравнить эти оценки на соответствие. Почти также как сравнивают числа. Пожалуй, самым наглядным примером таких сравнений является оценка знаний учеников учителем, выраженная количеством баллов.

Итак, теперь можно утверждать, что слово «считать», в самом общем смысле, означает «производить количественные измерения чего-либо». Для этого люди используют элементарные механизмы: сложение и выложение, то есть вычитание.

Как всем вам, Ребята, хорошо известно, что от перестановки мест слагаемых сумма не меняется. И, действительно, не имеет значения с какой емкости можно было начать подсчет слив. Иными словами, порядок сложения не влияет на результат. Однако, для удобства, предпочтительнее к большему числу прибавлять меньшее.

Но как же быть с вычитанием? Можно ли сказать, что от перестановки мест вычитаемых разность не меняется? Отчего же нет? Ведь, что такое разность? Это – количественное несоответствие! Если оба сравниваемых числа равны, значит несоответствия нет! В этом случае можно как из первого вычитать второе, так и из второго вычитать первое, результат будет равен нулю. Но, если несоответствие все же имеется? Тогда нужно просто это несоответствие выявить путем вычитания из большего числа меньшее. А если из меньше-

го попытаться вычесть большее? Некоторые скажут, что это невозможно. А мы ответим, что это невозможно только частично, а конкретно в части количественной разницы!

Но как же можно, вообще, вычитать из меньшего числа большее? Мысленно или вручную, если имеется две емкости с разным количеством предметов, убирать из каждой по одному. Некоторые скажут, что это глупо. Но, на самом деле, при решении некоторых задач метод обоюдного убавления или добавления может здорово пригодиться! Почему по одному? Потому, что по одному, хотя и медленно, но надежно! А спешка, то есть стремление сделать что-то побыстрее, является, пожалуй, самой частой причиной ошибок!

Чтобы немного развеяться, давайте решим небольшую задачку.

На столе лежали три конфеты. Пятилетний Миша взял их и положил себе в карман. Потом, обращаясь к своей сестре, заявил, что у него пять конфет. Семилетняя Маша, с улыбкой, сказала, что Миша перепутал число три и число пять. Миша, немного обидевшись, вынул из кармана пять конфет, и показал их сестренке. Маша, не скрывая удивление, спросила Мишу, не фокус ли это?

А, действительно! Как же могло получиться так, что мальчик взял всего три конфеты, а в кармане у него оказалось пять конфет? На этот вопрос есть один единственный ответ: к моменту, когда мальчик брал со стола три конфеты, в его кармане уже находились две конфеты. Но его сестра об этом

не знала, поэтому и удивилась. Эти две конфеты, которые мальчик положил себе в карман прежде, чем начался рассказ о нем, можно назвать неучтенными.

Теперь, можно рассмотреть похожую ситуацию, но, как бы перевернутую во времени.

У мамы на счете мобильной связи находились денежные средства, необходимые для оплаты тридцати минут разговоров. Мама проговорила с подругой сорок минут. После разговора, мама внесла на свой счет денежные средства для оплаты одного часа разговоров. Но когда она проверила баланс, то увидела, что денежных средств на ее счете хватит для оплаты всего лишь пятидесяти минут. Как так получилось?

Но, для начала, давайте разберемся со словом «баланс», которое тоже является чужим для нас. Изначально, это слово звучало «би ланкс», что в переводе с латыни, означало «две чаши» или, проще говоря, инструмент для взвешивания. А уже французское слово «баланс» стало означать весы вообще. Перейдя в другие языки, слово «баланс» приобрело более широкий смысл, и стало означать равновесие, соответствие. При использовании мобильной связи, появилось еще одно значение слова «баланс» – состояние счета для оплаты мобильной связи. Для нас важно отметить, что состояние счета – это не только наличие денежных средств на счете, но и их отсутствие. Как можно подсчитать отсутствие? Точно так же, как можно подсчитать отсутствующих!

Теперь, давайте представим, что на правой чаше мамино-го баланса, перед разговором с подругой, лежало тридцать шариков, которые легко можно превращать в минуты разговора. Как только мама позвонила подруге, лопнул один из шариков. Затем мама проговорила одну минуту и продолжила говорить дальше. Один за другим лопались шарики на правой чаше мамино-го баланса. Но когда все шарики лопнули, а мама продолжала беседовать с подругой, программа, обслуживающая звонки, начала выкладывать по одному шарiku на обе чаши. Когда мама закончила разговор, на правой чаше шариков не оказалось, а вот на левой их оказалось целых десять штук!

Если бы мама проверила баланс, сразу после разговора, он показал бы недостаток денежных средств за десять минут разговора, которые были предоставлены маме в долг, чтобы не прерывать ее, возможно очень важный разговор. Иными словами, маме было оказано больше услуг, чем она могла на тот момент оплатить со своего счета. Таким образом, с мамино-го счета было списано денежных средств больше, чем там имелось. В этих случаях, можно сказать, что у мамы отрицательный баланс или минусовая сумма на счету.

В математике такие числа и называют отрицательными, и пишут со знаком «минус» перед числом. Конечно же, ничего отрицательного в этих числах нет!

Слово «отрицание» означает отказ, неприятие, опровержение. Ни одно из этих понятий не относится к числам, ко-

торые ученые называют отрицательными. Скорее всего, эти числа можно назвать заведомо предназначенные к вычитанию, или зазеркальными. Можно приложить линейку отметкой «ноль» к зеркалу и увидеть те же самые отметки, удаляющиеся по мере возрастания.

Немного забегаая вперед, можно заметить, что якобы существующий в мире закон "отрицания отрицания", не более, чем очередное словоблудие ученых олухов. Вам, Ребята, возможно, уже приходилось слышать выражение "минус на минус дает плюс". Что же это означает?

Ну, например, говорят, что если из отрицательного числа вычесть отрицательное число, то, вроде как, получим положительное число. Подобные утверждения не только уродливы по произношению, но и нелепы по смыслу! Потому, что если из долга вычесть долг, то вовсе не обязательно, что этот долг будет перекрыт и появится положительная сумма. А если правило не обязательно во всех случаях, то это не может быть правилом!

Что же касается других сфер применения этого фиктивного закона, который утверждает, что если отрицать какое-то отрицание, то это значит доказывать то, что изначально отрицается. Заметьте, Ребята, какая запутанная формулировка! Она и запутанна для того, чтобы не всякий стал в нее вникать, и смог разоблачить бы эту чепуху!

Согласно этому фиктивному закону, если кто-то от чего-то отказывается, то этот кто-то готов принять нечто, про-

тивоположное тому, о чего отказывается.

Это трудно понять в такой вот запутанной формулировке, но очень легко понять на простом примере.

Предположим, что вы не хотите пить горячий чай. Если следовать заявлениям этих ученых олухов, то ваше нежелание пить горячий чай означает ваше желание пить не горячий чай, или пить горячий не чай. А разве же, не может так случиться, что вы просто не хотите пить? Но некоторые будут пытаться утверждать, что в приведенном примере нет двойного отрицания! И если предположить, что вы не хотите не пить чай, то вы точно хотите пить чай! Это действительно тогда и только тогда, когда для человека возможны только два состояния: пить чай и не пить чай. И опять, ученые олухи будут утверждать, что с точки зрения потребления чая, всегда возможны только два, приведенных выше, состояния. Но вы, Ребята, уже наверняка поняли, что математика – это не только инструмент для счета, а инструмент для размышления в общем смысле! И, применяя математику, мы сможем привести не два, а целых четыре состояния, относительно чаепития.

Первое: вы хотите пить чай (чаепитие является вашим желанием).

Второе: вы не хотите пить чай (чаепитие не является вашим желанием).

Третье: вы хотите не пить чай (чаепитие является вашим воздержанием).

Четвертое: вы не хотите не пить чай (чаепитие не является вашим воздержанием).

Очевидно, что четвертое утверждение вовсе не совпадает с первым утверждением, хотя и не противоречит ему!

Но мы уже можем полноправно утверждать, что этот, столь широко разрекламированный закон, вовсе не является законом!

А теперь, пора уже вернуться к моменту, когда мама внесла денежные средства для оплаты одного часа разговоров. В этот момент на правой чаше ее баланса появились шестьдесят шариков. А вы уже, наверняка знаете, Ребята, что один час состоит из шестидесяти минут. Но на левой чаше, к этому моменту, уже находились десять шариков. Таким образом, перевес составил только пятьдесят шариков. Программа обслуживания звонков убрала с каждой чаши по десять шариков, чтобы не перегружать чаши. Это действие называется взаимозачет.

Итак, теперь мы можем любые два числа либо сложить, либо вычесть одно из другого, независимо от того, какое из чисел больше!

И в этом состоит главный математический принцип (правило): все числа в природе равноправны!

Для развлечения, можно вспомнить, что в странах западной части Евразии и в Америке люди панически боятся числа тринадцать. Эта нелепая и необъяснимая фобия является признаком невежества и безграмотности.

О другом числе, которое также является предметом ужаса жителей западной части планеты, мы поговорим чуть позже.

Ну вот теперь, когда мы усвоили правила сложения и вычитания, можно перейти к более сложным действиям с числами.

Наверняка, многие из вас, Ребята, догадались, что речь пойдет об умножении и делении. Точно!

Но, для начала, давайте разберемся, как у людей возникла потребность в этих сложных действиях.

Для примера, посмотрим на обыкновенного земледельца, который собрал урожай пшеницы и задумался о том, какую часть следует продать, а какую сохранить для собственных нужд. Он знал, что в каждом мешке пятьдесят килограмм. До следующего урожая, то есть на один год, его семье, состоящей из пяти человек, хватит пяти сотен килограмм. А собрал он двадцать мешков. Задумался крестьянин. Сначала стал подсчитывать каждый раз прибавляя по пятьдесят. Да, всякий раз сбивался. Оказалось, что урожай подсчитать также нелегко, как поле вспахать. А расчет должен быть точным! Если отсчитать для продажи больше, то хлеба может не хватить. А хлеб, как известно, всему голова! Да и меньше тоже не гоже! А то других продуктов и товаров разных не достаточно купишь. Ведь, не хлебом единым сыт человек!

И такая вот морока не только с пшеницей, но и с репой, и с луком, и с капустой, и еще с множеством других продуктов, которыми земля одарила крестьянина.

И тут сообразил крестьянин. Если в двух мешках сто килограмм, значит ему нужно отсчитать пять раз по два мешка, которые надлежит ссыпать в амбар, а уже остальные можно продать.

Первым делом нужно было еще одну коровку купить. А стоила коровка двести пятьдесят килограммов пшеницы. Во времена, когда крестьяне и скотоводы-кочевники жили, работали и торговали между собой абсолютно честно, и совершенно свободно, и не было еще никаких князей, и прочих мразей, провозглашающих себя достойнее других людей, любые металлы использовались исключительно для изготовления различных орудий труда и бытовых принадлежностей. Никому и в голову бы не пришло тратить металл для чеканки каких-то непотребных монет. А в качестве универсального средства обмена служили товары, которые можно было легко разделять, без потери их потребительского качества. Таким товарами могли быть зерна злаков, бобовых, мед, соль, специи. Но для крестьянина самой доступной «валютой» была, конечно же, пшеница.

С трудом сообразил крестьянин, что если взять два раза по два мешка, а потом добавить еще один – это и будет двести пятьдесят килограмм. Умаялся крестьянин с расчетами и решил, что кроме подарков жене и детям следует купить карандаши и бумагу, чтобы долгими зимними вечерами составить и выучить табличку соответствия количества мешков весовым мерам.

А нам, Ребята эта табличка хорошо известна, и многие ее знают наизусть!

Существует множество полезных советов, помогающих изучить эту табличку. В качестве еще одного такого совета можно предложить способ перемножения «нехватков». Следует сразу же сказать, что эффективен этот способ только тогда, когда множителями являются числа: шесть, семь, восемь и девять.

Для примера произведем перемножение числа шесть на число девять. Сразу же вспомним, что как и при сложении, так и при умножении перестановка чисел, относительно знака действия, не изменяет результат. А так же, вспомним, что как и при сложении, так и при умножении легче действовать маленьким числом на большое. Поэтому будем умножать не шесть на девять, а девять на шесть. Это – первая хитрость. Потом выясним «нехватки» каждого из множителей до числа десять. Для девяти это будет один, а для шести это будет четыре. Это будет вторая хитрость. Теперь следует вычислить сколько в результате получится десятков. Для этого из большего числа вычтем «нехватку» меньшего. Из девяти вычтем четыре, и получим пять. Значит, в результате получится пять десятков. Это уже третья хитрость. И, напоследок, выясним сколько будет в результате единиц. Для этого перемножим «нехватки» обоих множителей. Один умножить на четыре, и четыре умножить на один, неизменно, равно четырем. Это была четвертая и последняя хитрость. Таким обра-

зом, перемножая число девять на число шесть, мы получим пятьдесят четыре.

Проверим этот способ еще на одном примере. Нужно вычислить результат перемножения числа восемь на число семь. Сразу же вычислим «нехватки», которые будут равны двум и трем, соответственно. Вычтем из восьми три и получим пять. Это десятки! Умножим три на два, получим шесть. Результат готов: пятьдесят шесть.

Но самым эффективным способом выучить таблицу умножения является способ простого рутинного заучивания и многократного повторения заученного. Придется попрыгать несколько недель, зато получим прочный вычислительный инструмент на всю жизнь! Это как научиться кататься на велосипеде или научиться плавать! Те, кто уже выучил эту табличку, давно уже забыли про трудности ее заучивания, но четко помнят результаты своего труда, и теперь, с легкостью бурундучка разгрызающего кедровые орешки, решают различные задачки, в которых умножение чисел является основой вычисления.

И, конечно же, нельзя обойти вниманием действие, обратное умножению. Оно называется делением. Это действие мы применяли тогда, когда, например, делились с другом или с подругой конфетами или пирогом. В те времена мы даже и не знали, что подобные действия описаны в такой науке как математика. Безусловно, самым простым является деление на два, то есть получение половинок. Это деление мы легко

представить посмотрев на руки. На двух руках десять пальцев, значит половина от десяти будет пять. Значит число десять можно разделить и на пять. В этом случае, получится число два.

А что если разделить единичку, например, на два. Целого числа уже не получится. Получаться две равные дольки. Каждая из них будет называться одна вторая. Это вовсе не означает номер этой дольки, а говорит о том, что число было разделено на два. Если бы мы разделили единичку на три, то получили бы три дольки, каждую из которых назвали бы одна третья. Числа, которые получены путем деления (дробления) целого числа, называются дробями. Дробь записывают двумя числами, разделенными черточкой. Верхнее или левое число называется числитель, хотя по сути – это множитель. Нижнее или правое число называется знаменатель. Конечно же, никакого отношения к слову «знамя» это не имеет. По своей математической сути – это просто делитель. Действие «деление» изображают либо «двоеточием», либо черточкой, наклоненной верхним концом вправо. А вот числа в виде дробей могут быть изображены одно над другим, разделенными знаком похожим на минус. Все три вида записи имеют одинаковое математическое значение. Забавы ради, можно вспомнить, что некоторые полуграмотные бизнесмены, для указания круглосуточного режима работы своих заведений, указывают на вывесках «24/7». Это по сути означает, что они открыты только три часа двадцать пять минут

сорок две секунды! А если правильно указывать, что заведение открыто двадцать четыре часа семь дней в неделю, что следовало бы указать не знак деления, а знак умножения.

Теперь, давайте разберемся, как изменится результат, если поменять местами числитель (множитель) и знаменатель (делитель). Значение поменяется вертикально! Если в случае смены мест вычитаемых результат, как бы, отражается в зеркале, то в случае смены мест делимого и делителя результат, как бы отражается в воде. То есть происходит, действительно, обратное изменение! Половинка превратиться в два, треть в три, десятая в десятку, процент в сотню, и так далее.

Существуют и более сложные действия. Например, возведение числа в степень. Звучит очень торжественно! На самом деле, это просто умножение когда множители равны между собой. Возведение во вторую степень еще называют квадратом числа. Это происходит от того, что для нахождения площади квадрата необходимо умножить длину одной стороны на длину другой стороны, которые у квадрата, как известно, равны. Слово «площадь» в математике не имеет ничего общего с площадями поселковыми или городскими. А вот к квартирам имеет непосредственное отношение. Ибо, в математике, слово «площадь» означает размер некоторой части плоскости.

Размер некоторой части пространства называют объемом. Для его вычисления используют умножение трех множите-

лей: длины, ширины и высоты. У кубика или куба эти измерения равны. Поэтому, возведение в третью степень, для простоты, называют кубом числа.

Разумеется, что и для этого действия существует обратное действие. Оно называется «извлечением корня». Кто это придумал? Вроде и чужих слов нет, а звучит ужасно. Еще ужаснее это действие изображается! А по сути – это вычисление множителей, в результате перемножения которых получилось исходное число. Это как нахождение делителей числа. Только требуется найти одинаковые делители.

Ну вот, теперь мы можем не только складывать и вычитать, а еще делить и умножать. А если потребуется, то и в степень можем число возвести!

А вот калькулятор и даже самый мощный супер компьютер ни умножать, ни делить не умеют!

Как же так? Ведь на калькуляторе есть знаки и умножения и деления, используя которые можно практически мгновенно получить точнейший результат!

На счет результатов и скорости их получения не возникает ни малейшего сомнения. Вот только достигаются эти результаты не умножением, а сложением, не делением, а вычитанием.

Представьте, Ребята, тетрадный лист в клеточку. В каждую клеточку справа налево можно поставить только одну точку. Если попытаться вписать в одну клеточку сразу две точки, то эта клеточка очищается, а точка переезжает в кле-

точку слева. Если и там уже стоит точка, то опять происходит очищение клеточки, и опять точка переезжает влево. Так может продолжаться до тех пор, пока клеточка слева окажется не занятой.

Вот единственное правило для работы любой вычислительной техники.

Итак, мы можем самостоятельно изобразить работу электронной вычислительной машины. Возьмем тетрадный лист в клеточку, карандаш и ластик.

Для начала научимся считать. Если ряд клеточек ничем не заполнен, то – это означает ноль. Поставим точку в крайне правую клеточку. Это означает число один. Чтобы получить число два, нужно к единичке прибавить единичку. Поэтому в крайне правую клеточку ставим точку. Стоп! Там уже стоит точка. А две точки в одной клеточке недопустимы! Поэтому стираем точку в крайне правой клеточке, и ставим точку в соседнюю слева клеточку. Вот так, мы изобразили число два. Пусто, точка, пустая линия. Для того, чтобы получить число три, нужно к двум прибавить единичку. Ставим точку в крайне правую клеточку. В данный момент она пустая, поэтому точка остается в ней. Мы изобразили число три. Точка, точка, пустая линия. Аналогичным образом изобразим число четыре. Пусто, пусто, точка, пустая линия. Число пять мы изобразим как точка, пусто, точка, пустая линия. Шесть – пусто, точка, точка, пустая линия. Семь – точка, точка, точка, пустая линия. Восемь – пусто, пусто, пусто, точка, пустая

линия. Девять – точка, пусто, пусто, точка, пустая линия. И, наконец, десять будет изображаться как пусто, точка, пусто, точка, пустая линия. Для нашего примера этого вполне достаточно.

Теперь попросим многоуважаемый вычислитель сообщить нам результат умножения числа два на число три. Вычислитель поймет эту просьбу как команду к числу два прибавить два раза число два. А где же число три?

Дело в том, что сначала мы ввели число два (нажали на кнопку с цифрой два), затем нажали знак умножения, и уже затем нажали кнопку с цифрой три. Поскольку умножение является многократным сложением, калькулятор убавляет на единичку количество слагаемых, ведь одно из них мы уже ввели.

Калькулятор записал это число в специальную строку. Итак, в начале было пусто, точка, пустая линия. Потом калькулятор добавил это же число. Получилось пусто, пусто, точка, пустая линия. Калькулятор вычел из специальной строки единичку. Затем калькулятор снова добавил число два. Получилось пусто, точка, точка, пустая линия. И снова калькулятор вычел из специальной строки единичку. После этого специальная строка оказалась пустой. Калькулятор закончил задание, преобразовал полученный результат в соответствующее число, которое высветил на дисплее. Разумеется, что мы увидим число шесть!

А теперь, мы хотим посмотреть как калькулятор выпол-

нит обратное действие, то бишь деление. Введем число десять. Калькулятор преобразует его в пусто, точка, пусто, точка, пустая линия. Далее, мы нажмем кнопку со знаком деления. Калькулятор учтет, что предстоит множественное вычитание. А мы уже ввели делитель, равный пяти. Калькулятор начинает вычитание. Из пусто точка, пусто, точка, пустая линия вычитается точка, пусто, точка, пустая линия.

Поскольку, в крайней правой клеточке пусто, а из нее нужно вычесть точку, то происходит заимствование точки из соседней левой клеточки. А когда точка переезжает из левой клеточки в правую, то она удваивается. Вспомните, что когда мы пытались поставить две точки в одну клеточку, клеточка очищалась, а две точки, уже как одна переезжали в левую клеточку. Теперь, произошел обратный ход. Поскольку происходит вычитание, то от этой вернувшейся двойной точки остается только одна. Таким образом крайне правая клеточка теперь занята точкой, а следующая влево оказалась пустой. Из третьей слева клеточки, которая пустует, снова вычитается точка. Происходит точно такой же процесс, только двумя клеточками левее. В результате остается точка, пусто, точка, пустая линия. Калькулятор записывает в специальную строку число один (точка, пустая линия) и проверяет результат на полное очищение. Полного очищения пока не произошло, поэтому калькулятор продолжает вычитание. В крайней правой клеточке стоит точка. Из нее вычитается точка. В клеточке становится пусто. В следующей влево клеточке

пустота. Из нее вычитается пустота. Остается пустота. В следующей влево клеточке стоит точка. Из нее, так же, вычитается точка. И эта клеточка оказалась очищенной. И этот вычет завершен. Калькулятор прибавляет в специальную строку единичку. Получается пусто, точка, пустая линия. И снова калькулятор проверяет результат на полное очищение. На этот раз строка полностью очищена, и калькулятор выдает результат из специальной счетной строки. Как все, наверняка, поняли – это число два.

Безусловно, это очень простые примеры. Но, даже при более сложных вычислениях калькулятор производит те же самые действия, которые мы только что рассмотрели.

В компьютере каждый символ имеет свое числовое значение, которое записывается абсолютно так же. И тексты, и картинки, и звуки, и видео записано в виде потоков пустых и заполненных ячеек. Понятно, что этих ячеек для записей и обработки этих записей в любом электронном устройстве великое множество.

Все «чудеса» поисковых систем – это всего лишь результат многоуровневых сложений и вычитаний. Система ищет по сочетаниям слов в запросе и выдает результаты в виде списка возможных ответов и ссылок, которые заносятся программами (которые написаны людьми) из информации, которую предоставляют люди. Компьютер может накапливать информацию, систематизировать информацию, но ничего своего компьютер выдумать не может!

Говоря простыми словами, чтобы какая-нибудь железа-ка начала думать, она, прежде всего, должна иметь желание это делать. Но, никакое устройство не имеет, да и не может иметь ни желаний, ни стремлений, ни предпочтений. Интеллект может возникнуть лишь на базе самосознания, которого у искусственных устройства нет и быть не может! Искусственный интеллект – это очередной миф! Кто-то очень не хочет, чтобы люди учились мыслить самостоятельно! Ведь, людьми, которые не умеют и не хотят думать, очень легко управлять. Поэтому, Ребята, учитесь! Не надейтесь на призрачные супер устройства, которые будут указывать вам как жить!

Право и возможность самостоятельно мыслить – это величайший дар Природы! И любые задачи, математические и не только, мы можем решать и без использования громоздких и трудно запоминающихся формул!

Вот, например, есть такая задача.

К моменту времени T_1 объект альфа преодолел расстояние в десять раз большее, чем преодолел объект бета. А к моменту времени T_2 отношение расстояния, которое преодолел объект альфа, к расстоянию, которое преодолел объект бета, стало равно двум. Требуется рассчитать расстояние, которое преодолел объект альфа, к моменту времени T_0 , когда объект бета начал перемещение, если за период с момента T_1 до момента T_2 оба объекта преодолели по восемьдесят километров.

Очевидно, что те, которые придумывают подобные задачи, не очень то хотят, чтобы математика была привлекательной и общедоступной наукой!

Некоторые скажут, что данная задача совсем не сложная. Нужно выразить неизвестные величины через буквы латинского алфавита, составить систему уравнений, затем выразить одно неизвестное через другое, произвести расчет, и, наконец, вычислить искомую величину. Либо вспомнить формулу: $((R2 - 1) / (R1 - R2) + 1) \cdot S$

А вот у всех остальных, после прочтения условий данной задачи появится скорее отвращение, чем желание решать эту задачу! Потому, что эта задача безликая, беспредметная, и потому кажется бесцельной и бессмысленной!

Давайте попробуем преобразовать эту задачу и изложить ее, хотя бы, так.

Ранним утром, Сергей выехал из своего родного поселка Верхнереченска в областной центр. Было раннее утро, и на трассе было не очень много машин. Проехав немного, Сергей заметил автомобиль, такой же модели, как и у него.

Сергей немного прибавил газу. Поравнявшись, Сергей узнал машину Олега, своего знакомого, который проживал в поселке Нижнереченске. Они познакомились в автосалоне, когда покупали свои автомобили. Сергей посигналил, Олег тоже узнал приятеля и остановился у обочины. Они вышли, чтобы немного передохнуть и поговорить. Заметив придорожный знак, который показывал, что до областного центра

осталось ровно восемьдесят километров, Сергей, с улыбкой, сказал, что Олег проехал в десять раз больше его. Примерно через сорок минут они достигли областного центра. Олег, с улыбкой, сказал, что теперь он проехал только в два раза больше, чем Сергей. Приятели пожелали друг другу удачного дня, и разъехались по своим делам.

Ну, а мы попытаемся, используя полученную информацию, чтобы выяснить протяженность дороги от Нижнереченска до Верхнереченска.

Сначала вспомним, что когда приятели доехали до областного центра, Олег сказал, что проехал в два раза больше, чем Сергей. Это может означать только то, что от Нижнереченска до Верхнереченска такое же расстояние, как от Верхнереченска до областного центра. Разумеется, что имеется ввиду расстояние по трассе!

Но что нам это даст? Пока мы только можем утверждать, что это расстояние больше восьмидесяти километров. На несколько километров, но больше! Но насколько? Давайте рассуждать. Олег выехал из своего Нижнереченска, проехал восемьдесят километров и еще несколько километров. Итак, он проехал Верхнереченск, откуда, примерно в это же время выехал Сергей. Проехав еще те же несколько километров, приятели встретились. Значит, к моменту их встречи Олег проехал восемьдесят километров, еще несколько, да еще несколько. А Сергей проехал только несколько. Но, как он сам сказал, это в десять раз меньше, чем проехал

Олег. Иными словами, если бы Сергей проехал десять раз эти несколько километров, то это было бы ровно столько, сколько проехал Олег.

Теперь, давайте превратим километры в граммы. Дистанцию в восемьдесят километров мы превратим в гирьку весом восемьдесят грамм, а эти несколько километров в монетки, вес которых нам пока неизвестен.

Итак, на одной чаше весов находится гирька с двумя монетками, а на другой чаше десять таких же монет. Но нам нужно узнать точный вес. Поэтому, нужно убрать две монетки с чаши, где находится гирька. А для того, чтобы сохранить равновесие, нужно убрать две монетки и с другой чаши. Вот теперь, ясно, что восемь монет весят восемьдесят грамм. А значит одна монетка весит десять грамм.

Теперь, снова превратим граммы в километры, и убедимся, что Сергей, до встречи с Олегом, проехал десять километров. А его приятель Олег проехал восемьдесят километров, затем десять, затем еще десять. То есть сто километров, что в десять раз больше, чем десять.

И вот, теперь, можно с уверенностью ответить, что протяженность дороги от Нижнереченска до Верхнереченска составляет девяносто километров, как и от Верхнереченска до областного центра, как и расстояние, которое преодолел объект альфа к моменту времени T_0 .

Вот так, даже не составляя систему уравнений, мы решили эту задачу. Для этого нам потребовалось, всего-навсего,

наполнить задачу образами, и провести пошаговые рассуждения.

Некоторые могут сказать, что мы слишком долго "жевали". Но мы ответим, что длительное жевание, и в прямом, и в переносном смысле, способствует более легкому усвоению.

Эту же задачу можно превратить в загадку о возрасте. Например, брат старше своей сестры в два раза, хотя восемь лет назад он был в десять раз старше ее. Насколько лет брат старше сестры?

И при этом мы можем просто отгадывать эту загадку. Иными словами, решать задачу методом «проб и ошибок».

Некоторые возмутятся, и скажут, что это вообще антинаучно!

Ах, если бы, эти некоторые, только знали, сколько научных открытий было совершено именно этим методом!

Поэтому, можно, без всякого смущения, пробовать и проверять. Понятно, что возраст сестры более восьми полных лет. Иначе, задачка была бы бессмысленной! Предположим, что сестренке сейчас десять лет. Значит ее брату двадцать. Теперь, следует проверить, во сколько раз брат был старше сестры восемь лет назад? Ему было двенадцать лет, а ей два годика. При этом, выходит, что брат был старше сестры только в шесть раз. Значит, первое предположение оказалось ошибочным. А значит, нужно сделать следующее предположение! Но теперь, стоит немного призадуматься, в какую же сторону двигаться? Ну, поскольку, это пока непо-

нятно, попробуем в сторону увеличения. Предположим, что сестре двенадцать лет, а брату соответственно двадцать четыре. Но, при таком раскладе, восемь лет назад брату было шестнадцать, а сестре четыре. Значит, второе предположение не только неправильное, но, даже, более неправильное, чем первое! А это значит, что двигаться нужно было в сторону уменьшения! А в сторону уменьшения остается один единственный вариант: сестренке девять лет. Теперь, проверив это предположение, можно убедиться, что оно правильное!

Да! Потребовалось целых три попытки! Но, при этом не потребовалось мучительно вспоминать сложные формулы или составлять систему уравнений!

Давайте убедимся, что метод проб и ошибок является, хотя и длительным, зато универсальным, то есть применимым для любых задач.

На одной из многочисленных рек, протекающих в нашей необъятной стране, по обоим берегам расположены два поселка. А вот моста в этом месте реки нет. Для того, чтобы жители каждого из поселков могли общаться друг с другом, налажена паромная переправа. Это, когда некоторая плавающая платформа, на которой могут разместиться и пассажиры и автомобили, пересекает реку то в одном направлении, то в обратном. Разумеется, что у многих жителей имелись свои лодки, как моторные, так и весельные.

Представим себе, что однажды майским утром одновре-

менно от левого берега отчалили и паром и весельная лодка. Известно, что паром движется в два раза быстрее, чем весельная лодка. Когда паром достиг правого берега, лодка еще, разумеется, продолжала путь. А если быть точным, то доплыла до середины реки. Время на высадку и посадку пассажиров мы учитывать не будем, так как для решения нашей задачи оно не существенно. А наша задача состоит в том, чтобы узнать, какое расстояние проплыла лодка к моменту встречи с паромом, когда тот уже совершал обратный рейс. Ширина реки в этом месте составляет шестьсот метров.

Ответ почти готов! Немного больше, чем триста метров! Это правильно, но нам нужно узнать точно! Как будем рассуждать?

Паром отправился в обратный рейс, а лодка пересекла середину реки. С этого момента они двигались навстречу друг другу. В момент, когда они встретились они вместе проплыли триста метров. Но паром плыл в в два раза быстрее, и поэтому преодолел расстояние в два раза большее, чем преодолела лодка. То есть две части пути проделал паром и еще одну часть пути проделала лодка. Чтобы узнать длину этой части пути нам осталось разделить весь путь (половину ширины реки) на три. И мы получим сто метров. Осталось добавить длину половину реки и, уже точный, ответ готов! Четыреста метров.

Некоторые, с усмешкой, скажут, что эту задачу можно решить применяя формулу: $R * (V1 * V2) / (V1 + V2)$

А если бы нам было известно расстояние, которое проплыла лодка, а надо было бы узнать ширину реки? Нам потребовалась бы формула: $(L_2 + L_2 * V_1 / V_2) / 2$

Но неужели держать в памяти огромное количество формул, да при этом помнить какая формула к какой ситуации подходит, легче, чем научиться просто рассуждать?

Мы можем переложить эту задачу в другую. Например, папа с сыном копают грядку. Папа копает в два раза быстрее, а конкретно метр за пять минут. Длина грядки шесть метров. За сколько времени они вскопают грядку, если начнут копать с разных концов. Для этого нам необходимо и достаточно узнать сколько вскопает сын, к моменту встречи. А к моменту встречи, они вскопают всю грядку. Причем отец вскопает две части грядки, а сын только одну часть. А эта часть составит треть от всей грядки. То есть два метра. А если папа копает метр за пять минут, то сын за десять. А два метра за двадцать. Ответ готов! Через двадцать минут мама с дочкой уже могут сажать в грядку семена.

А вот математик Леонардо, сын купца Гильермо из итальянского города Пиза, по прозвищу (которое ему не нравилось) «Фибоначчи» поставил для себя очень интересную задачу: Если купить пару крольчат (мальчика и девочку), которые через месяц станут взрослыми. А еще через месяц у них родится пара крольчат (мальчик и девочка). Которые через месяц тоже повзрослеют. А к тому времени у их родителей снова родится пара крольчат (мальчик и девочка). И вот

так будет со всеми кроликами постоянно! Все кролики будут всегда здоровы и никогда не умрут.

Требуется узнать какое количество пар кроликов будет на ферме при таком воспроизводстве через заданное время?

Разумеется, с кроликами подобное воспроизводство не реально. Но решение этой идеализированной задачи привело к пониманию многих реальных процессов развития живых существ!

Для того, чтобы не утруждаться подсчетом кроликов, давайте переложим эту задачку на поле чудес из сказки «Буратино». Представим, что существует некое поле чудес, где из посаженной монетки за один день вырастает деревце, а затем каждый день на нем созревают монетки, которые падают, и из них, также, вырастают денежные деревца. При этом монетки в почве не растрачиваются.

Начнем? У нас есть одна монетка, которую мы посадим в это чудесное поле.

На следующий день на поле выросло деревце.

На следующий день на деревце созрела монетка, которая упала и зарылась.

На следующий день на деревце созрела монетка, которая упала и зарылась. И выросло еще одно деревце.

На следующий день на деревце созрела монетка, которая упала и зарылась. На вновь выросшем деревце созрела монетка, которая упала и зарылась. И выросло еще одно деревце.

На следующий день на трех деревцах созрели монетки, которые упали и зарылись. И выросли еще два деревца.

Пожалуй, пора подсчитать! В первый день была только одна монетка. Во второй день так и осталась эта одна монетка. В третий день уже стало две монетки. В четвертый день мы насчитаем три монетки. В пятый день у нас в распоряжении окажутся целых пять монеток. В шестой день на поле будут уже восемь монеток.

Сколько монеток будет в седьмой день? А сколько в десятый?

С каждым разом вести подсчет будет все труднее и труднее!

Нужно понять, по какому правилу развивается эта числовая последовательность?

Самая простая и понятная для нас числовая последовательность – это ряд натуральных чисел. Эта последовательность, как мы уже говорили, образуется по правилу: следующее число образуется прибавлением единички к текущему числу. Но это не единственное правило! Давайте приведем несколько примеров.

Будем складывать те же натуральные числа, выписанные каждое по два раза. При этом один ряд начнем с нуля, а другой уже с единички.

0_1_1_2_2_3_3_4_4_5_5

1_1_2_2_3_3_4_4_5_5_6

1_2_3_4_5_6_7_8_9_10_11

Другим способом, будем удваивать текущее число и вычитать предыдущее. Начнем с нуля и единички. Единичку умножим на два и вычтем ноль. Получим число два. Затем, два умножим на два и вычтем один. Получим три. Далее, три умножим на два и вычтем два. Получим четыре. И, так далее...

А если попробовать утраивать текущее число и вычитать удвоенное предыдущее? Единичку умножим на три и вычтем дважды ноль. Получим три. Три умножим на три и вычтем удвоенную единичку. Получим семь. Семь умножим на три и вычтем удвоенное число три. Получим пятнадцать...

Ерунда какая-то получается! Но мы ведь не сдадимся? Посмотрим на получившийся ряд: ноль, один, три, семь, пятнадцать. Каждое последующее число на единичку больше удвоенного текущего. Попробуем это исправить, и из утроенного текущего числа вычитаем не только удвоенное предыдущее, а еще единичку.

Единичку умножим на три, вычтем дважды ноль и вычтем единичку. Получим два. Два умножим на три, вычтем удвоенную единичку и вычтем единичку, как постоянно вычитаемое число. Получим три. Вроде получается. Но необходимо удостовериться! Утраиваем три, вычитаем удвоенное число два, и, как повелось, вычитаем единичку. Получим четыре. Можно и дальше продолжать, но, уже и так, видно, что мы задали правильное образование ряда.

Теперь, мы можем уже смело утверждать, что если умножить текущее число на четыре, и на пять, и на шесть, и вычитать предыдущее, умноженное на три, и на четыре, и на пять, соответственно, а затем вычитать каждый раз два, три, четыре, мы будем неизменно получать ряд натуральных чисел.

А также, можем к предыдущему числу прибавлять всякий раз число два. Проверим! К нулю прибавим два. Получим два. К единичке прибавим два. Получим три. К двум прибавим два. Получим четыре. К трем прибавим два получим пять. Как говорится, что и требовалось доказать!

Вот сколько способов образования ряда натуральных чисел мы рассмотрели.

Вполне можно предположить, что и ряд «Фибоначчи» тоже образуется по какому-то определенному правилу. Определив это правило, мы можем вычислять количество монет, которое будет на поле чудес в любой день.

Но, сначала давайте образуем числовой ряд по правилу: следующее число образуется как удвоенное текущее, из которого вычтено предыдущее и добавлена единичка. Как обычно, для начала, возьмем ноль и один.

Один умножить на два минус ноль и плюс один равно трем.

Три умножить на два минус один и плюс один равно шести.

Шесть умножить на два минус три и плюс один равно де-

сяти.

Десять умножить на два минус шесть и плюс один равно пятнадцати.

Пятнадцать умножить на два минус десять и плюс один равно двадцати одному.

Ну, пока достаточно. Теперь мы видим ряд каких-то чисел, которые возрастают, но не так плавно, как ряд натуральных чисел. Если между двумя последовательными числами натурального ряда разность постоянно равна единице, то в этом, пока непонятном, ряду разность между соседними числами постоянно увеличивается. Давайте выпишем эти разницы.

Один минус ноль равно одному.

Три минус один равно двум.

Шесть минус три равно трем.

Десять минус шесть равно четырем.

Пятнадцать минус десять равно пяти.

Уже совершенно ясно, что получается ряд натуральных чисел!

Если любое число из натурального ряда является суммой того количества единичек, которое совпадает с порядковым номером этого числа в ряду, то, вполне возможно, что любое число из нашего, пока непонятного, ряда является накопительной суммой натуральных чисел до порядкового номера этого числа. Давайте сразу это проверим!

Один плюс два равно трем.

Один плюс два плюс три равно шести.

Один плюс два плюс три плюс четыре равно десяти.

Один плюс два плюс три плюс четыре плюс пять равно пятнадцати.

Ура! Наши предположения оказались верными!

Теперь, ради забавы вспомним, что многие жители западной части нашей планеты панически боятся числа шестьсот шестьдесят шесть. В чем же причина такого необъяснимого страха? Почему они не боятся, например, числа сто одиннадцать или девятьсот девяносто девять? Дело в том, что число шестьсот шестьдесят шесть – это сумма натуральных чисел от одного до тридцати шести. А тридцать шесть – это максимальный номер на рулетке, в которую так любят играть «прожигатели жизни». Тупость этих, иначе не скажешь, олухов, заключается в том, что они боятся обыкновенного безобидного числа, а вот в азартные игры, которые, всем без исключения, приносят только несчастья, с бараньим упорством, продолжают играть!

Чтобы проверить, что число шестьсот шестьдесят шесть является суммой чисел от одного до тридцати шести, вовсе не обязательно складывать все эти числа, как, непременно, но очень быстро, сделал бы компьютерный процессор, можно умножить число тридцать шесть на следующее число, то есть тридцать семь, и разделить результат на два. К слову число тридцать семь, а точнее утроенное число тридцать семь является основанием всех трехзначных чисел с одина-

ковыми цифрами.

Итак, мы нашли правило образования ряда накопительных сумм натуральных чисел. Но зачем нам это? Как мы можем применить этот ряд на практике? Дело в том, что накопительной суммой натуральных чисел определяется количество возможных попарных сочетаний из некоторого набора чисел. Это звучит достаточно витиевато, поэтому лучше привести пример.

Представьте, что у вас есть три тюбика с красками: красной, желтой, синей. Нужно узнать, сколько смешанных цветов мы получим, смешивая краски только по две, и только пополам? На этот вопрос мы легко дадим ответ перебирая возможные варианты. Красный с желтым. Желтый с синим. Синий с красным. Всего лишь три варианта. Результатами станут оранжевый, зеленый и фиолетовый цвета. Таким образом в радуге вовсе не семь, а шесть цветов! Дело в том, что описавший спектральное разложение белого света ученый Исаак Ньютон был весьма склонен к мистике, и считал число семь магическим. Поэтому и слукавил, назвав голубой и синий двумя разными цветами.

Что же касается составления возможных попарных сочетаний из большего количества исходных предметов, надежнее и быстрее умножить число исходных предметов на число большее на единицу и разделить на два.

Например, учитель повел на экскурсию учеников в количестве восьми человек (не всех учеников заинтересовала эта

экскурсия). Нужно разместить всех заинтересованных в ряд по два. Главное – замыкающая ряд пара! Не важно мальчик с девочкой, мальчик с мальчиком или девочка с девочкой. Сколько есть вариантов? Не будем заморачиваться, и умножим восемь на девять и разделим на два. Получим тридцать шесть! Согласитесь, что вычислить это вручную было бы весьма затруднительно!

Ну, а теперь, пора вернуться к ряду «Фибоначчи».

Первое число – один. Второе число – один. Третье число – два. Четвертое число – три. Пока смущают только две единицы в начале, а так вроде бы нормальное возрастание. Однако, продолжим! Пятое число – пять. Шестое число – восемь. Седьмое число мы пока не знаем, но, обязательно узнаем, если поймем закономерность. А есть ли она, эта закономерность? Закономерность есть всегда, когда задано какое-либо правило развития! Поэтому закономерность точно есть, только сложно ли будет ее обнаружить?

Попробуем установить ряд разниц между числами. Один минус один будет ноль. Два минус один будет один. Три минус два будет один. Пять минус три будет два. Восемь минус пять будет три. Получился ряд ноль, один, один, два, три. Похоже на ряд натуральных чисел, но все портит вторая единица!

Все же нам необходимо попытаться и установить вручную, сколько же монет окажется на поле чудес в седьмой день.

Вспомним: в шестой день на поле будут три деревца с

«плодами» и два молодых деревца. Что произойдет на следующий, то есть седьмой, день? Все пять деревьев принесут «плоды», а из трех «плодов» прошлого дня вырастут молодые деревца. Таким образом, на чудесном нашем поле уже будут тринадцать монеток! То есть на пять больше, чем в шестой день. Это обусловлено тем, что плодоносящих деревьев было пять. Теперь мы можем еще раз выстроить числовой ряд из разниц. Ноль, один, один, два, три, пять.

Получается такой же ряд, только «сдвинутый» на день назад!

Ну вот теперь, совершенно очевидно, что следующее число образуется добавлением предыдущего к текущему. Так ли это?

Давайте же немедленно проверим наше предположение!

Ноль плюс один будет один. Один плюс один будет два. Два плюс один будет три. Три плюс два будет пять. Пять плюс три будет восемь. Восемь плюс пять будет тринадцать.

Снова Ура! Вот мы и разгадали эту весьма не простую задачу! Каждое последующее число образуется сложением двух предшествующих чисел!

Но давайте закрепим наш результат! По нашим расчетам в восьмой день на поле чудес будет находиться, тринадцать плюс восемь, двадцать одна монетка.

Проверим это пересчетом. К окончанию седьмого дня было пять деревьев с плодами и три молодых деревца. Значит, в восьмой день восемь деревьев принесут по новой монетке,

и вырастут пять новых деревьев. Как будем считать? К удвоенному количеству плодоносящих деревьев (удвоенное потому, что одна монетка в корнях, вторая на ветвях) прибавим количество пока еще молоденьких деревьев (только одна монетка, которая в корнях). Дважды восемь будет шестнадцать. Плюс еще пять, будет двадцать одна.

Мы – молодцы! Закономерность найдена!

Теперь мы можем точно подсчитать количество монеток в любой день!

Причем мы знаем, что текущее число соответствует количеству плодоносящих деревьев, предыдущее число соответствует количеству молоденьких деревьев. Кстати! Давайте уже выйдем со сказочного поля чудес, и рассмотрим развития этого числового ряда в реальности.

Однажды погожим весенним утром, когда из, согретой лучами солнышка, земли взошел тоненький, нежный росток. Первые два месяца он просто тянулся к солнышку. Вторые два месяца он стал крепнуть и в последующие два месяца он еще подрос сам, да еще пустил новую нежную веточку. Но тут наступила осень, а потом снежок укрыл этот маленький, но живучий росток от зимних морозов. Долго длилась зима, но росток все это время крепко спал, и проснулся только тогда, когда земля снова согрелась, и питательные соки побежали по росточку. И за четвертые два, благоприятных для роста, месяца подрос основной стебелек, который пустил еще одну веточку, а также подросла и окрепла веточ-

ка, которая появилась еще прошлым летом. Прошло еще два теплых месяца. Пятые по счету из теплых. Стебель еще подрос и вывел еще одну веточку. Первая веточка сама подросла и вывела уже свою веточку. Вторая веточка тоже подросла. И теперь, растение состояло уже из пяти оконечностей, три из которых в следующие два месяца выпустят по новой веточке.

Дальнейшая программа развития этого растения при благоприятных условиях нам уже хорошо известна.

Возможно, вам, Ребята, придется услышать такую формулировку: «Даже галактики закручиваются, подчиняясь закону Фибоначчи!» Подобные формулировки в основе своей неправильны и просто невежественны! Природные явления не подчиняются закономерностям, которые открыли люди! Они существовали, существуют и будут существовать всегда, вне зависимости от их открытия людьми или какими-либо другими существами, которые сами являются творениями Природы. Правильно, надо говорить: «Формирование галактических спиралей математически можно описать числовой последовательностью, которую впервые определил Леонардо Пизанский».

Но давайте поинтересуемся, есть ли у это числового ряда зеркальное отражение? Ведь мы начали с двух единиц. А это значит, что вторая единица получилась в результате сложения предыдущей единицы с каким-то другим числом. Совершенно ясно, что это число – ноль. Тогда первая единица является суммой этого нуля и какого-то числа. Понятно,

что число – один. Число ноль является суммой этой единицы и еще одной единички, к которой следует прикрепить знак «минус». И вот эта минусовая единичка может сложиться только с числом два, чтобы получилась просто единичка. Продолжая таким образом, мы, с удивлением, увидим, что в зазеркалье числа «Фибоначчи» имеют прикрепленный минус только через одного!

И, как обычно, подружившись с кем-нибудь или с чем-нибудь, возникает желание поиграть.

Как же можно поиграть с числами «Фибоначчи»? Ну, например, давайте попробуем поиграть в «чехарду», когда предыдущий перескакивает через текущего и становится следующим. С числами можно тоже так поиграть.

Например, мы теперь знаем, что пять получается в результате сложения числа три и числа два. А можем ли мы получить число пять в результате сложения числа два и числа один, то есть предпредыдущих чисел?

Если мы удвоим число два и прибавим один, то получим пять. А если удвоим число три и прибавим два, то получим восемь. А если удвоим число пять и прибавим три, то, как уже всем понятно, получим тринадцать.

А как получить число тринадцать из трех и двух? Попробуем утроить число три и прибавить два. Упсс! Получится одиннадцать. А нам надо тринадцать! Что мы сделали не так? Мы увеличили один множитель, но совершенно забыли увеличить второй. Исправим эту оплошность и проверим.

Три умножить на три и прибавит удвоенное два. Получилось! В смысле, получилось тринадцать.

А теперь давайте узнаем десятое число, не узнавая пока, девятое число. Итак! Шестое число – восемь. Седьмое число – тринадцать. Шестое число удвоим. Будет шестнадцать. Седьмое число утроим. Получится тридцать девять. Теперь, осталось их сложить, и получить пятьдесят пять.

Обратите внимание, Ребята, что число пятьдесят пять – это сумма чисел от одного до десяти. Проверим! Десять умножим на одиннадцать и разделим пополам. Значит, десятое число ряда накопительных сумм натуральных чисел совпадает с десятым числом ряда «Фибоначчи». На этом этапе ряд «Фибоначчи» догнал ряд накопительных сумм, и в дальнейшем, уже недосыгаемо, «уйдет в отрыв».

А теперь давайте узнаем число из ряда «Фибоначчи» под номером девять. Для этого просто вычтем из пятидесяти пяти двадцать один. Получим тридцать четыре. Проверим другим способом. К двадцати одному прибавим тринадцать, или к удвоенному числу тринадцать (двадцать шесть) прибавим восемь, или к утроенному числу восемь (двадцать четыре) прибавим удвоенное число пять (десять). Есть еще варианты? Безусловно есть!

Попробуем к пяти, умноженному на четыре, прибавить утроенную тройку. Получилось двадцать девять. Что-то сделали не так! Не хватает пятерки! Значит, пять нужно умножать не на четыре, а на пять! А! Вот в чем хитрость!

Умножать надо только на те числа, которые сами входят в ряд «Фибоначчи!»

Для проверки, умножим шестое число на пятое (сорок), прибавим пятое число, умноженное на четвертое (пятнадцать). Получим десятое число (пятьдесят пять). Неужели мы обнаружили закономерность чисел «Фибоначчи» по номерам? Ведь, шесть плюс пять, плюс еще пять, и плюс четыре будет двадцать. А если двадцать поделить пополам будет десять!

Но, ни в коем случае не следует делать каких-либо выводов, основываясь на единичных фактах!

Однако, обнаруженное совпадение, можно рассматривать как повод установить закономерность...

Давайте проверим! Пятое число умножим на четвертое, и прибавим четвертое число умноженное на третье. По нашим предположениям, должно получиться (пять плюс четыре плюс четыре плюс три, все деленное на два) восьмое число. Проверяем! Пятью три плюс трижды два. Получим двадцать один. Это и есть число под номером восемь.

Но даже и теперь, мы обязаны проверить наше предположение! Немного усложним условие! Число под номером шесть (восемь) умножим на число под номером четыре (три). Затем, число под номером четыре умножим на число под номером два (один). По нашим предположениям снова должно получиться (шесть плюс четыре плюс четыре плюс два, и пополам) восьмое число... Но произведя вычисления

мы получим (восемь умножить на три плюс трижды один) двадцать семь. Это число не входит в последовательность «Фибоначчи». Какая досадная ошибка! Что же опять не так? Мы усложнили условие тем, что увеличили разницу между номерами. Не надо было так делать? Вернемся к этому вопросу чуть позже. А пока, еще раз проверим наше предположение без усложнения условий. Число номер семь (тринадцать) умножим на число шесть (восемь). И, к результату прибавим шестое число помноженное на пятое число (пять). Итак, по расчетам (семь плюс шесть плюс шесть плюс пять, и пополам) должно получиться число номер двенадцать, значение которого мы еще не знаем. Ну и хорошо! При проверке узнаем!

Тринадцать умножим на восемь. Десять на восемь (восемьдесят), и три на восемь (двадцать четыре). Сто четыре. Да прибавим восемь на пять (сорок). Получается сто сорок четыре.

Теперь дополним ряд. Пятьдесят пять плюс тридцать четыре. Восемьдесят девять. Это одиннадцатое число. К нему опять прибавим пятьдесят пять. Сначала добавим двадцать. Получится сто девять. Потом добавим тридцать. Получится сто тридцать девять. На калькуляторе было бы быстрее, но не так интересно! Осталось добавить пять. Единица из пятерки уйдет на доведения до ста сорока, да четыре еще останется. Да! Сто сорок четыре. Мы были правы! Можно определять значения чисел из ряда «Фибоначчи» по номеру, используя

сложение произведений чисел с соответствующими номерами, если эти номера соседние.

Но вспомним про нашу ошибку, когда мы складывали двадцать четыре (восемь умножали на три) и три (три умножали на один). Стоп! А если бы мы не складывали, а вычитали, то получили бы двадцать один. А это число входит в ряд «Фибоначчи». Что же получается? Числа можно получать не только сложением, но и вычитанием! И опять-таки – это всего лишь предположение!

Но, прежде чем начать проверку, давайте выпишем все, на текущий момент, известные нам числа «Фибоначчи». Начнем с нулевого.

Ноль, один, один, два, три, пять, восемь, тринадцать, двадцать один, тридцать четыре, пятьдесят пять, восемьдесят девять, сто сорок четыре.

Число номер семь (тринадцать) умножим на число номер пять (пять). Число номер пять умножим на число номер три (два). И вычтем второе произведение из первого. Шестьдесят пять минус десять. Получится пятьдесят пять. Число номер десять. Мы брали номера семь, пять, пять, три. Половина их суммы составит десять. Вот какое интересно свойство этих забавных чисел мы только что определили! Это было не легко, но интересно!

И надо полагать, что на этом чудесные свойства чисел «Фибоначчи», далеко не исчерпаны!

А если нам понадобится «перепрыгивать» не только через

два или через три числа? Да причем используя множитель, которые не является числом из ряда «Фибоначчи».

Давайте попробуем, хотя мы уже сказали, что множителями могут быть только числа из ряда «Фибоначчи». Но посмотрим внимательно на число под номером десять (пятьдесят пять). Это же пять умноженное на одиннадцать! Правда ведь? А тридцать четыре? Это же три умноженное на одиннадцать с добавленной единичкой. А восемьдесят девять? Это же восемь умноженное на одиннадцать с добавленной единичкой. И даже сто сорок четыре – это тринадцать умноженное на одиннадцать с добавленной единичкой! А если двадцать один умножить на одиннадцать? Получится двести тридцать один. Является ли это числом из ряда «Фибоначчи» или близким к нему? Придется сложить сто сорок четыре и восемьдесят девять. Двести тридцать три. То есть достаточно число номер восемь (двадцать один) умножить на одиннадцать, прибавить к результату число номер три (два), и получим число номер тринадцать. То есть, число некоторого номера умножаем на одиннадцать, добавляем число меньшего на пять номера, и получаем число большего на пять номера!

Значит множителями могут быть не только числа из ряда «Фибоначчи?» Оказывается, что не только!

Существует еще один ряд чисел.

Один, три, четыре, семь, одиннадцать, восемнадцать, двадцать девять, и так далее. Если приглядеться, то можно обна-

ружить, что эти числа, также, образуются по правилу: следующее число равно сумме текущего и предыдущего. Мы взяли из этого ряда пятое по порядку число и применили его в качестве множителя. Это дало нам возможность «прыгать» на пять чисел вперед!

А сколько еще удивительных свойств чисел «Фибоначчи» вы, Ребята, можете открыть самостоятельно!